

## ZASTOSOWANIE METODY WIBRACYJNEJ DO WYZNACZANIA SIŁ W KABLACH MOSTU POWIESZONEGO NAD RZEKĄ WISŁOK W RZESZOWIE

Using the vibrational method for measurement cable normal forces in hangers of cable-stayed bridge over the Wisłok River in Rzeszów

**Patrycja Piętka**

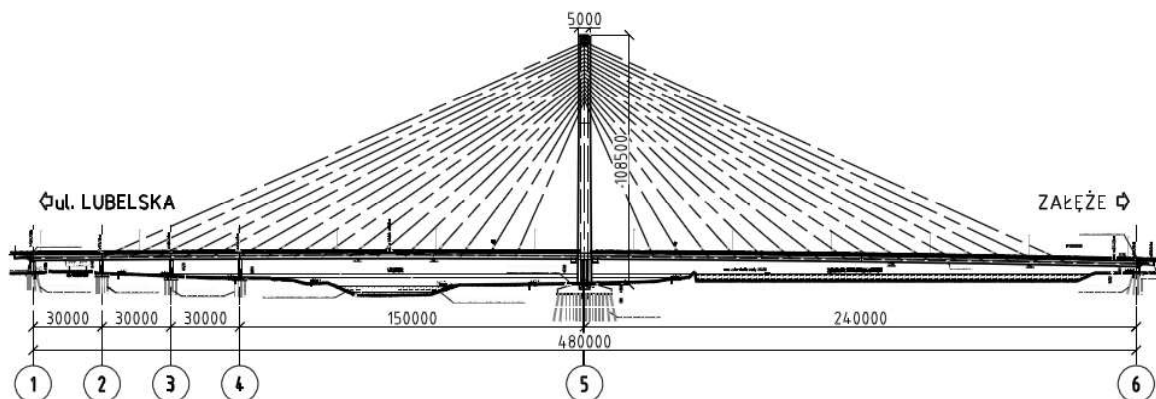
Budownictwo, II stopień, I semestr, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska  
email: pietka.patrycja1a@gmail.com

**Opiekun naukowy:** prof. dr hab. inż. Krzysztof Wilde

**Słowa kluczowe:** most podwieszony, monitoring konstrukcji, metoda wibracyjna

### 1 WSTĘP

Most wantowy w Rzeszowie, który został oddany do użytku w październiku 2015 r. powstał jako fragment krótkiego odcinka obwodnicy północnej Rzeszowa. Obiekt zaprojektowany został przez firmę Mosty Gdańsk Sp. z o.o., natomiast wykonawcą była firma Bilfinger Infrastructure S.A. Most przekracza ul. Wioślarską, rzekę Wisłok oraz zbiornik PGE EC. Jego długość całkowita wynosi 482 m, a szerokość pomostu jest równa 28,5 m. Most podzielony został na pięć przęseł o rozpiętościach teoretycznych  $3 \times 30 + 150 + 240$  m i oparty na 6 podporach, w tym na dwóch przyczółkach, trzech filarach kotwiących przęsło oraz pylonie. Wysokość pylonu wynosi ok. 108,5 m ponad poziom terenu (95 m od niwelety jezdni) w związku z czym jest to drugi co do wysokości most w Polsce. Pylon ma przekrój skrzynkowy żelbetowy, w górnej części ze względu na zakotwienia want wzmocniony stalową skrzynką. Jego wnętrze jest zagospodarowane na komunikację. Podwieszenie zaprojektowano w układzie wachlarzowym. Zakotwienia czynne want znajdują się pylonie – w rozstawie co 1,7 m, natomiast bierne – w rozstawie co 12 m, w dźwigarach głównych. Przęsło stanowi stalowy ruszt zespolony z żelbetową płytą pomostu, wspólny dla obu kierunków ruchu (bez prześwitu w pasie rozdziału). Obiekt zaprojektowano na obciążenia klasy A wg PN-85/S-10030 oraz STANAG 2021 klasy 150 wg Dz. U. Nr. 63.



Rys. 1. Widok z boku mostu nad rzeką Wisłok [2]



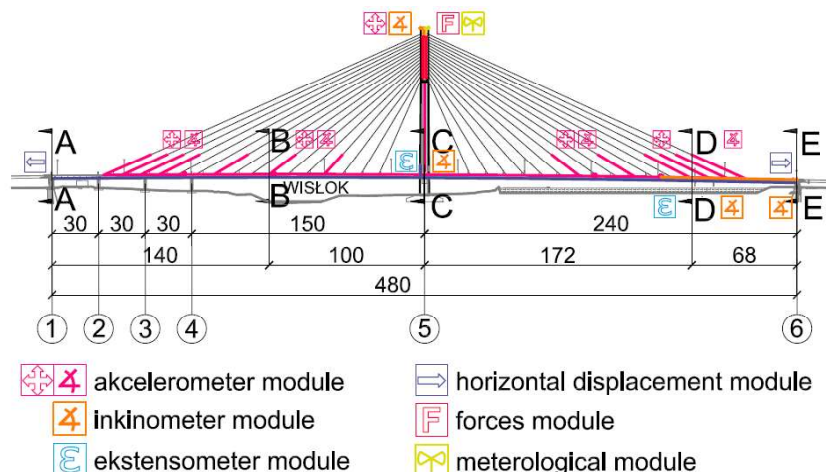
Rys. 2. Most nad rzeką Wisłok [8]

## 2 SYSTEM MONITORINGU TECHNICZNEGO KONSTRUKCJI MOSTU

Obecnie większość znaczących obiektów budowlanych, w tym także most w Rzeszowie wyposażona jest w system monitoringu technicznego konstrukcji (MTK), w celu stałej kontroli parametrów istotnych dla bezpieczeństwa konstrukcji. System MTK rzeszowskiego mostu składa się z trzech modułów: pomiarowego, który zbiera i zapisuje dane z czujników i urządzeń pomiarowych, ekspertowego – analizującego wpływy środowiska i odpowiedź konstrukcji w czasie, odpowiadającego również za symulacje numeryczne i algorytm generowania alarmu oraz modułu powiadamiania, który informuje o przekroczeniu progów bezpieczeństwa.

W skład modułu pomiarowego wchodzi:

1. Segment akcelerometryczny: pomiary drgań pylonu; pomiary drgań want; pomiary drgań pomostu.
2. Segment pomiaru sił w wantach: pomiary sił w wantach.
3. Segment inklinometryczny: pomiary kątów obrotu pylonu, pomiary kątów obrotu pomostu.
4. Segment ekstensometryczny: pomiary odkształceń pomostu, pomiar temperatur w punktach pomiaru odkształceń.
5. Segment meteorologiczny: pomiar temperatury, kierunków i prędkości wiatru.

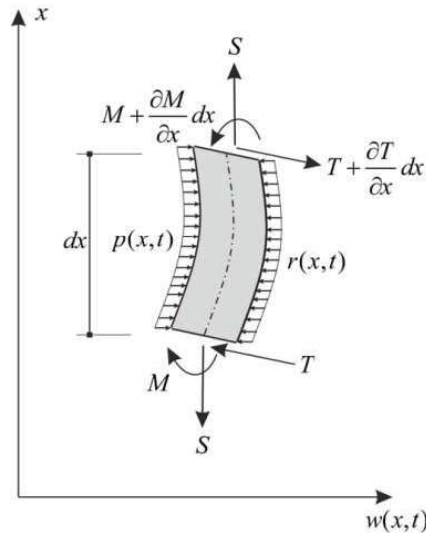


Rys. 3. Lokalizacja segmentów systemu monitoringu technicznego konstrukcji [3]

Rzeczywista praca konstrukcji jest odnoszona do referencyjnego modelu numerycznego mostu wykonanego w programie SOFiSTiK. W modelu uwzględniono geometrię obiektu oraz dane materiałowe, które zostały zdefiniowane na podstawie dokumentacji wykonawczej. By właściwie opisywał on statyczne i dynamiczne zachowanie obiektu przeprowadzono wstępną analizę – obciążając model obciążeniem normowym i porównując rezultaty z wynikami otrzymanymi przez projektanta. Ostateczna weryfikacja modelu nastąpiła podczas próbnych obciążeń statycznych i dynamicznych mostu.

### 3 METODA WIBRACYJNA

Monitoring sił w wantach mostu powieszonoego w Rzeszowie wykonywany jest m.in. za pomocą metody wibracyjnej (np. [1]). Polega ona na tym, że mając daną częstość drgań własnych kabla, przy pomocy prostej formuły matematycznej można obliczyć siłę osiową w kablu. Poniżej pokrótce przedstawiono podstawy teoretyczne tej metody.



Rys. 4. Element pręta drgającego poprzecznie, poddanego jednocześnie działaniu stałej siły rozciągającej [1]

Ruch wanty opisany jest równaniem drgającego poprzecznie pręta, poddanego jednoczesnemu działaniu stałej siły rozciągającej. Na element pręta o długości  $dx$  działa obciążenie poprzeczne  $p(x,t)$  oraz siła bezwładności:

$$r(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

gdzie:

$w(x,t)$  – przemieszczenie drgającego pręta

$A$  – przekrój poprzeczny

$\rho$  – gęstość materiału

Na końcach przekroju działa siła tnąca  $T$ , moment zginający  $M$  i siła normalna  $S$ . Z sumy rzutów na kierunek  $w$ :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + p - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Z sumy momentów wzgl. punktu P1:

$$T = \frac{\partial M}{\partial x} - S \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3)$$

Z powyższych równań:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} - S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (4)$$

gdzie:

–  $E$  – moduł sprężystości,

–  $I$  – moment bezwładności.

Kwadrat częstości kołowej drgań własnych pręta o długości  $L$ , swobodnie podpartego na obu końcach dany jest wzorem:

$$\omega_n^2 = \frac{n^4 \pi^4 EI}{L^4 \rho A} \left( 1 + \frac{S}{\frac{EI n^2 \pi^2}{L^2}} \right) \quad (5)$$

Znając częstość drgań własnych z powyższego równania można obliczyć siłę  $S$ :

$$S = \frac{L^2 \rho A}{n^2 \pi^2} \omega_n^2 - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} EI \quad (6)$$

Metoda wibracyjna ze względu na swoją prostotę jest powszechnie stosowana przez zespoły zajmujące się diagnostyką konstrukcji.

#### 4 OBLICZENIA SIŁ W KABLACH MOSTU

Poniżej przedstawiono przykładowe obliczenia wykonane dla kabla najdłuższego (W1).

Na podstawie dokumentacji wykonawczej [6] przyjęto:

$$A_{spl} = 150 \text{ mm}^2$$

$$x = 114$$

$$A = x \cdot A_{spl} = 114 \cdot 0,015 \text{ m}^2 = 1,71 \text{ m}^2$$

$$L = 229,379 \text{ m}$$

$$E = 195 \text{ GPa}$$

Z pracy [3] przyjęto:

$$n = 1$$

$$\omega_1 = 0,581 \text{ Hz}$$

oraz:

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$I = 0,23 \text{ m}^4$$

Gdzie:

$A_{spl}$  – pole przekroju pojedynczego splotu

$x$  – liczba splotów w kablu

$L$  – długość kabla

$E$  - moduł sprężystości stali

$\omega_1$  – pierwsza częstość kołowa drgań własnych wanty

$\rho$  – gęstość stali

$I$  – moment bezwładności

Siła w kablu:

$$S = \frac{L^2 \rho A}{n^2 \pi^2} \omega_n^2 - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} EI = \frac{229,379^2 \cdot 7850 \cdot 1,71}{1^2 \cdot \pi^2} \cdot 0,581^2 - \frac{1^2 \cdot \pi^2}{229,379^2} \cdot 195 \cdot 10^9 \cdot 0,23 =$$

$$= 15644467 \text{ N} = 15644,47 \text{ kN}$$

Wartość obliczonej siły jest zbliżona do wartości maksymalnej siły normalnej obliczonej przez projektanta w programie naciągu [7].

Z uwagi na obróbkę danych analiza sił w innych kablach mostu jest w toku.

## 5 PODSUMOWANIE

Główną zaletą metody wibracyjnej jest jej prostota. Stosując ją należy jednak zwrócić uwagę na nieprawidłowości wynikające z błędnych założeń. W niniejszej pracy przyjęto uproszczony - kołowy przekrój pracujący wanty, która w rzeczywistości składa się z kilkudziesięciu lub kilkuset splotów, co wpływa również na obliczenia momentu bezwładności. W powyższym przypadku pominięto również osłonę kabla. Przy stosowaniu metody wibracyjnej ważne jest odpowiednie przyjęcie warunków podporowych [1]. W elementach o znacznej długości jak np. kable mostu w Rzeszowie błąd z tego wynikający jest niewielki.

## 6 BIBLIOGRAFIA

- [1] Topolewicz M., Topolewicz K., Rucka M., Wilde K. *Wibracyjna metoda wyznaczania sił w wieszakach na przykładzie wiaduktu łukowego w Gdańsku*, Wrocławskie Dni Mostowe, „Współczesne technologie budowy mostów”, Wrocław, 27-28 listopada 2014.
- [2] Wilde K., Miśkiewicz M., Mariak A., Meronk B., Rucka M. *Innowacyjny moduł ultradźwiękowy systemu monitoringu technicznego mostu podwieszonoego w Rzeszowie* [W:] Wybrane problemy budownictwa, Krynica, Wydawnictwo Uczelniane UTP w Bydgoszczy, 2015, s. 289-296.
- [3] Mariak A., Miśkiewicz M., Meronk M., Pyrzowski Ł., Wilde K. *Reference FEM model for SHM system of cable-stayed bridge in Rzeszow*, Advances in Mechanics: Theoretical, Computational and Interdisciplinary Issues. Proceedings of the 3rd Polish Congress of Mechanics and 21st International Conference on Computer Methods in Mechanics, Gdansk, 8-11 September 2015.
- [4] Mehrabi A., Ciolko T. *Health monitoring and problem solving for cable supported bridges* [W:] Strait Crossings, pod oprac. Krokeborg J., CRC Press, 2001, s. 55-60.
- [5] Żółtowski K. *Monitoring konstrukcji mostu podwieszonoego i extradosed*, „Mosty”, 2015, nr 6/2015, s. 34-38.
- [6] Mosty Gdańsk Sp. z o.o. Budowa drogi od ul. Załęskiej do ul. Lubelskiej wraz z budową mostu na rzece Wisłok. Projekt wykonawczy, czerwiec 2014.
- [7] Mosty Gdańsk Sp. z o.o. Budowa drogi od ul. Załęskiej do ul. Lubelskiej wraz z budową mostu na rzece Wisłok. Program naciągu cięgien podwieszających przęsła , kwiecień 2015.
- [8] Późniak Tadeusz, [online], aktualizacja 1.07.2014, [dostęp 17 kwietnia 2016], Dostępny w Internecie: <http://www.polskawschodnia.2007-2013.gov.pl>